

Ogólnopolski Świętokrzyski Matematyczny Maraton Maturalny 2023/2024

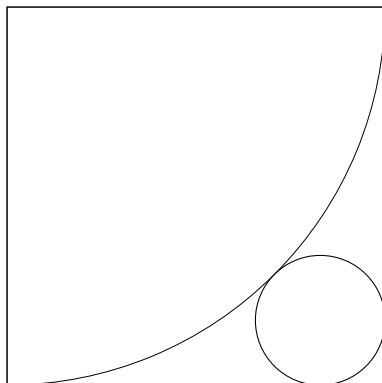
Politechnika Świętokrzyska

Fundacja im. Jerzego Zaremby, Fundacja Św. Marcina Patria et Misericordia

dogrywka DELTA, 27 kwietnia 2024

Zadanie 1

Dany jest kwadrat o boku 1. W kwadrat ten wpisano ćwiartkę okręgu o promieniu 1 i o środku w jednym z wierzchołków oraz jeszcze jeden okrąg (zobacz rysunek). Oblicz promień mniejszego okręgu. Odpowiedź uzasadnij. Zapisz wszystkie obliczenia.



Zadanie 2

Rozwiąż nierówność:

$$\frac{\frac{x}{6} - \frac{2x-6}{x}}{\frac{1}{6} + \frac{1}{x}} \cdot \frac{\frac{x}{6} + \frac{2x+6}{x}}{\frac{1}{6} - \frac{1}{x}} < 5x.$$

Ogólnopolski Świętokrzyski Matematyczny Maraton Maturalny 2023/2024

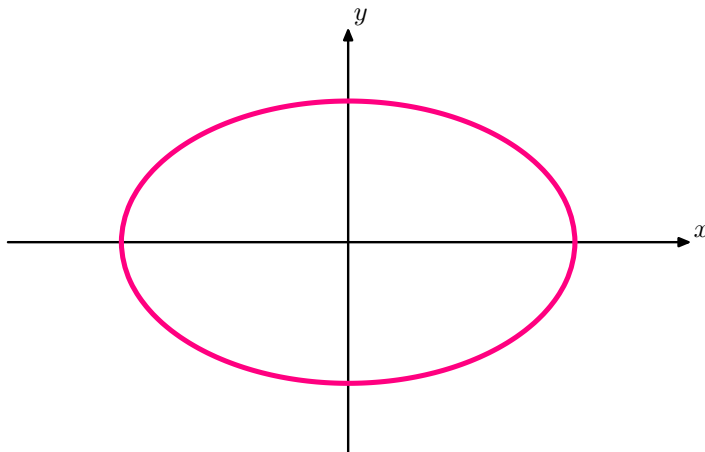
Politechnika Świętokrzyska

Fundacja im. Jerzego Zaremby, Fundacja Św. Marcina Patria et Misericordia

dogrywka BETA o II nagrodę, 27 kwietnia 2024

Zadanie

Na osi poziomej symetrycznie względem początku układu leżą dwa punkty $F_1(c, 0)$ i $F_2(-c, 0)$, gdzie c jest liczbą rzeczywistą spełniającą warunek $0 < c < 3$. Dana jest figura utworzona przez wszystkie punkty $P(x, y)$ w układzie współrzędnych na płaszczyźnie spełniające równanie $4x^2 + 9y^2 = 36$ (patrz: rysunek).



Wiedząc, że dla każdego punktu P tej figury suma $|PF_1| + |PF_2|$ ma tę samą stałą wartość, oblicz c .

Ogólnopolski Świętokrzyski Matematyczny Maraton Maturalny 2023/2024

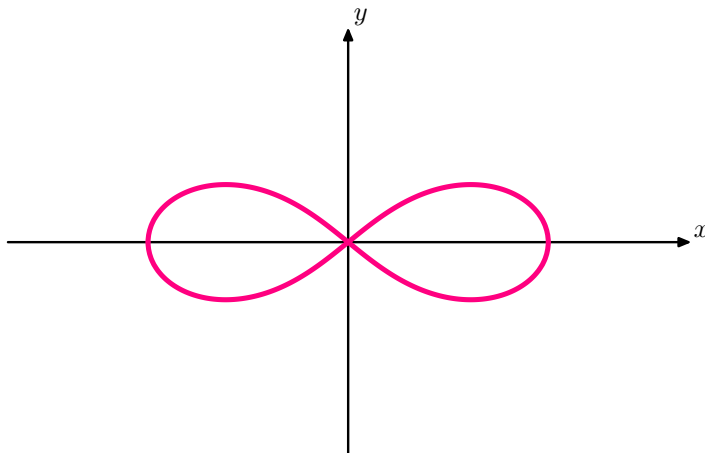
Politechnika Świętokrzyska

Fundacja im. Jerzego Zaremby, Fundacja Św. Marcina Patria et Misericordia

dogrywka BETA (honorowa), 27 kwietnia 2024

Zadanie

Dana jest figura utworzona przez wszystkie punkty $P(x, y)$ w układzie współrzędnych na płaszczyźnie spełniające równanie $(x^2 + y^2)^2 = x^2 - y^2$ (patrz: rysunek).



Wyznacz punkty przecięcia figury z osią poziomą oraz przedział, który jest rzutem (prostokątnym) figury na oś pionową.